

# Подготовка к ОГЭ.

*Задание № 21 - 23.  
Алгебра.*



*Вариант 1*

*Вариант 2*

*Вариант 3*

*Вариант 4*

*Вариант 5*

*Вариант 6*

*Вариант 7*

*Вариант 8*

*Вариант 9*

*Вариант 10*

*Вариант 11*

*Вариант 12*

*Выход*

## *Вариант 1*



*Начать тестирование*

*Оценивание:*

<i>1 задание</i>	<i>2 задание</i>	<i>3 задание</i>
<i>3 балла</i>	<i>4 балла</i>	<i>5балла</i>

[Подсказка 1](#)

[Подсказка 2](#)

## Вопрос 1

Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 37, \\ xy = 6. \end{cases}$$

*Принять ответ*

[Решение.](#)

[Подсказка 1](#)

[Подсказка 2](#)

## Вопрос 2

Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 183 км/ч, проезжает мимо пешехода, идущего в том же направлении параллельно путям по платформе со скоростью 3 км/ч, за 13 секунд. Найдите длину поезда в метрах.

*Принять ответ*

[Решение](#)



[Подсказка 1](#)

[Подсказка 2](#)

## Вопрос 3

Постройте график функции

$$y = x|x| + 3|x| - 5x.$$

Определите, при каких значениях  $t$  прямая  $y = t$  имеет с графиком ровно две общие точки.

*Принять ответ*

[Решение](#)

# Результат

Вы ответили на

вопроса

Вы набрали

вопросов

Ваша оценка

баллов

Для вывода результата нажмите кнопку

*Для вывода результата нажмите кнопку*

*Перейти на начало тестирования*

## Вариант 2



*Начать тестирование*

*Оценивание:*

<i>1 задание</i>	<i>2 задание</i>	<i>3 задание</i>
<i>2 балла</i>	<i>2 балла</i>	<i>3 балла</i>



[Подсказка 1](#)

[Подсказка 2](#)

## Вопрос 1

Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 20, \\ xy = 8. \end{cases}$$

*Принять ответ*

[Решение](#)

[Подсказка 1](#)

[Подсказка 2](#)

## Вопрос 2

Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 93 км/ч, проезжает мимо пешехода, идущего в том же направлении по платформе со скоростью 3 км/ч, за 32 секунды. Найдите длину поезда в метрах.

*Принять ответ*

[Решение](#)

[Подсказка 1](#)

[Подсказка 2](#)

## Вопрос 3

Постройте график функции

$$y = x|x| + |x| - 5x.$$

Определите, при каких значениях  $t$  прямая  $y = t$  имеет с графиком ровно две общие точки.

*Принять ответ*

[Решение](#)

# Результат

Вы ответили на

вопроса

Вы набрали

вопросов

Ваша оценка

баллов

Для вывода результата нажмите кнопку

*Для вывода результата нажмите кнопку*

*Перейти на начало тестирования*

## Вариант 3



*Начать тестирование*

## Оценивание:

<i>1 задание</i>	<i>2 задание</i>	<i>3 задание</i>
<i>2 балла</i>	<i>2 балла</i>	<i>3 балла</i>

[Подсказка 1](#)

[Подсказка 2](#)

## Вопрос 1

Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 50, \\ xy = 7. \end{cases}$$

*Принять ответ*

[Решение](#)

[Подсказка 1](#)

[Подсказка 2](#)

## Вопрос 2

Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 86 км/ч, проезжает мимо пешехода, идущего в том же направлении по платформе со скоростью 6 км/ч, за 18 секунд. Найдите длину поезда в метрах.

*Принять ответ*

[Решение](#)

[Подсказка 1](#)

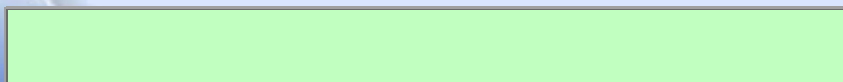
[Подсказка 2](#)

## Вопрос 3

Постройте график функции

$$y = x|x| + 2|x| - 5x.$$

Определите, при каких значениях  $m$  прямая  $y = m$  имеет с графиком ровно две общие точки.



*Принять ответ*

[Решение](#)



# Результат

Вы ответили на

вопроса

Вы набрали

вопросов

Ваша оценка

баллов

Для вывода результата нажмите кнопку

*Для вывода результата нажмите кнопку*

*Перейти на начало тестирования*

## Вариант 4



[Начать тестирование](#)

### Оценивание:

1 задание	2 задание	3 задание
2 балла	2 балла	3 балла

[Подсказка 1](#)

[Подсказка 2](#)

## Вопрос 1

Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 65, \\ xy = 8. \end{cases}$$

*Принять ответ*

[Решение](#)

[Подсказка 1](#)

[Подсказка 2](#)

## Вопрос 2

Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 141 км/ч, проезжает мимо пешехода, идущего в том же направлении по платформе со скоростью 6 км/ч, за 12 секунд. Найдите длину поезда в метрах.

*Принять ответ*

[Решение](#)



[Подсказка 1](#)

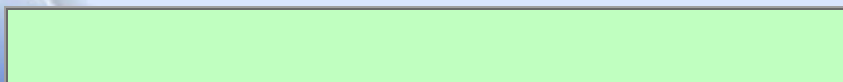
[Подсказка 2](#)

## Вопрос 3

Постройте график функции

$$y = x|x| - |x| - 6x.$$

Определите, при каких значениях  $t$  прямая  $y = t$  имеет с графиком ровно две общие точки.



*Принять ответ*

[Решение](#)

# Результат

Вы ответили на

вопроса

Вы набрали

вопросов

Ваша оценка

баллов

Для вывода результата нажмите кнопку

*Для вывода результата нажмите кнопку*

*Перейти на начало тестирования*

## Вариант 5



[Начать тестирование](#)

### Оценивание:

1 задание	2 задание	3 задание
2 балла	2 балла	3 балла

[Подсказка 1](#)

[Подсказка 2](#)

## Вопрос 1

Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 20, \\ xy = 8. \end{cases}$$

*Принять ответ*

[Решение](#)



[Подсказка 1](#)

[Подсказка 2](#)

## Вопрос 2

Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 93 км/ч, проезжает мимо пешехода, идущего в том же направлении по платформе со скоростью 3 км/ч, за 8 секунд. Найдите длину поезда в метрах.

*Принять ответ*

[Решение](#)

[Подсказка 1](#)

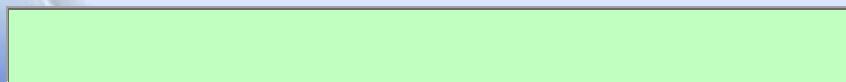
[Подсказка 2](#)

## Вопрос 3

Постройте график функции

$$y = x|x| + |x| - 5x.$$

Определите, при каких значениях  $t$  прямая  $y = t$  имеет с графиком ровно две общие точки.



*Принять ответ*

[Решение](#)



# Результат

Вы ответили на

вопроса

Вы набрали

вопросов

Ваша оценка

баллов

Для вывода результата нажмите кнопку

*Для вывода результата нажмите кнопку*

*Перейти на начало тестирования*

## Вариант 6



*Начать тестирование*

### Оценивание:

<i>1 задание</i>	<i>2 задание</i>	<i>3 задание</i>
<i>2 балла</i>	<i>2 балла</i>	<i>3 балла</i>

[Подсказка 1](#)

[Подсказка 2](#)

## Вопрос 1

Решите уравнение  $x^2 - 2x + \sqrt{4-x} = \sqrt{4-x} + 15$ .

*Принять ответ*

[Решение](#)

[Подсказка 1](#)

[Подсказка 2](#)

## Вопрос 2

Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 75 км/ч, проезжает мимо пешехода, идущего параллельно путям со скоростью 3 км/ч навстречу поезду, за 30 секунд. Найдите длину поезда в метрах.

*Принять ответ*

[Решение](#)

[Подсказка 1](#)

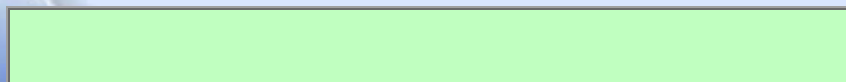
[Подсказка 2](#)

## Вопрос 3

Постройте график функции

$$y = \begin{cases} x^2 - 6x + 11, & \text{если } x \geq 2, \\ x + 1, & \text{если } x < 2, \end{cases}$$

и определите, при каких значениях  $t$  прямая  $y = t$  имеет с графиком ровно две общие точки.



*Принять ответ*

[Решение](#)

# Результат

Вы ответили на

вопроса

Вы набрали

вопросов

Ваша оценка

баллов

Для вывода результата нажмите кнопку

*Для вывода результата нажмите кнопку*

*Перейти на начало тестирования*



## Вариант 7



*Начать тестирование*

### Оценивание:

<i>1 задание</i>	<i>2 задание</i>	<i>3 задание</i>
<i>2 балла</i>	<i>2 балла</i>	<i>3 балла</i>

[Подсказка 1](#)

[Подсказка 2](#)

## Вопрос 1

Решите неравенство  $(2x - 3)^2 > (3x - 2)^2$ .

*Принять ответ*

[Решение](#)

[Подсказка 1](#)

[Подсказка 2](#)

## Вопрос 2

Из двух городов одновременно навстречу друг другу отправились два велосипедиста. Проехав некоторую часть пути, первый велосипедист сделал остановку на 28 минут, а затем продолжил движение до встречи со вторым велосипедистом. Расстояние между городами составляет 286 км, скорость первого велосипедиста равна 10 км/ч, скорость второго — 30 км/ч. Определите расстояние, которое проехал второй велосипедист до встречи с первым.

*Принять ответ*

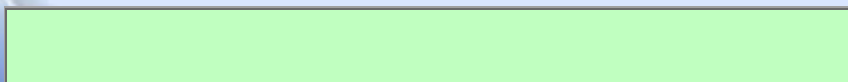
[Решение](#)

[Подсказка 1](#)

[Подсказка 2](#)

## Вопрос 3

Постройте график функции  $y = \frac{(x^2 - 5x + 6)(x^2 + x - 2)}{x^2 - 4x + 3}$  и определите, при каких значениях  $t$  прямая  $y = t$  имеет с графиком ровно одну общую точку.



*Принять ответ*

[Решение](#)

# Результат

Вы ответили на

вопроса

Вы набрали

вопросов

Ваша оценка

баллов

Для вывода результата нажмите кнопку

*Для вывода результата нажмите кнопку*

*Перейти на начало тестирования*

## Вариант 8



*Начать тестирование*

### Оценивание:

<i>1 задание</i>	<i>2 задание</i>	<i>3 задание</i>
<i>2 балла</i>	<i>2 балла</i>	<i>3 балла</i>

[Подсказка 1](#)

[Подсказка 2](#)

## Вопрос 1

Решите неравенство  $(5x - 9)^2 > (9x - 5)^2$ .

*Принять ответ*

[Решение](#)

[Подсказка 1](#)

[Подсказка 2](#)

## Вопрос 2

Из двух городов одновременно навстречу друг другу отправились два велосипедиста. Проехав некоторую часть пути, первый велосипедист сделал остановку на 48 минут, а затем продолжил движение до встречи со вторым велосипедистом. Расстояние между городами составляет 168 км, скорость первого велосипедиста равна 15 км/ч, скорость второго — 30 км/ч. Определите расстояние от города, из которого выехал второй велосипедист, до места встречи.

*Принять ответ*

[Решение](#)

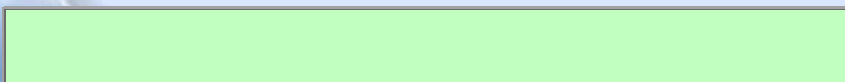


[Подсказка 1](#)

[Подсказка 2](#)

## Вопрос 3

Постройте график функции  $y = \frac{(x^2 + x - 6)(x^2 - 2x - 3)}{x^2 - 9}$  и определите, при каких значениях  $t$  прямая  $y = t$  имеет с графиком ровно одну общую точку.



*Принять ответ*

[Решение](#)

# Результат

Вы ответили на

вопроса

Вы набрали

вопросов

Ваша оценка

баллов

Ваша оценка

*Для вывода результата нажмите кнопку*

*Перейти на начало тестирования*

## Вариант 9



*Начать тестирование*

### Оценивание:

<i>1 задание</i>	<i>2 задание</i>	<i>3 задание</i>
<i>2 балла</i>	<i>2 балла</i>	<i>3 балла</i>

[Подсказка 1](#)

[Подсказка 2](#)

## Вопрос 1

Решите неравенство  $(3x - 7)^2 > (7x - 3)^2$ .

*Принять ответ*

[Решение](#)

[Подсказка 1](#)

[Подсказка 2](#)

## Вопрос 2

Из двух городов одновременно навстречу друг другу отправились два велосипедиста. Проехав некоторую часть пути, первый велосипедист сделал остановку на 36 минут, а затем продолжил движение до встречи со вторым велосипедистом. Расстояние между городами составляет 120 км, скорость первого велосипедиста равна 10 км/ч, скорость второго — 20 км/ч. Определите расстояние, которое проехал второй велосипедист до встречи с первым.

*Принять ответ*

[Решение](#)

[Подсказка 1](#)

[Подсказка 2](#)

## Вопрос 3

Постройте график функции  $y = \frac{(x^2 + 3x + 2)(x^2 - 4x + 3)}{x^2 - 2x - 3}$  и определите, при каких значениях  $m$  прямая  $y = m$  имеет с графиком ровно одну общую точку.

*Принять ответ*

[Решение](#)

# Результат

Вы ответили на

вопроса

Вы набрали

вопросов

Ваша оценка

баллов

Для вывода результата нажмите кнопку

*Для вывода результата нажмите кнопку*

*Перейти на начало тестирования*

## Вариант 10



*Начать тестирование*

*Оценивание:*

<i>1 задание</i>	<i>2 задание</i>	<i>3 задание</i>
<i>2 балла</i>	<i>2 балла</i>	<i>3 балла</i>



[Подсказка 1](#)

[Подсказка 2](#)

## Вопрос 1

Решите неравенство  $(3x - 8)^2 > (8x - 3)^2$ .

*Принять ответ*

[Решение](#)

[Подсказка 1](#)

[Подсказка 2](#)

## Вопрос 2

Первая труба пропускает на 3 литра воды в минуту меньше, чем вторая труба. Сколько литров воды в минуту пропускает вторая труба, если резервуар объёмом 260 литров она заполняет на 6 минут быстрее, чем первая труба?

*Принять ответ*

[Решение](#)

[Подсказка 1](#)

[Подсказка 2](#)

## Вопрос 3

Постройте график функции  $y = \frac{(x^2 - 2x - 3)(x^2 + 5x + 6)}{x^2 + 4x + 3}$  и определите, при каких значениях  $t$  прямая  $y = t$  имеет с графиком ровно одну общую точку.

*Принять ответ*

[Решение](#)

# Результат

Вы ответили на

вопроса

Вы набрали

вопросов

Ваша оценка

баллов

Для вывода результата нажмите кнопку

*Для вывода результата нажмите кнопку*

*Перейти на начало тестирования*

## Вариант 11



[Начать тестирование](#)

### Оценивание:

1 задание	2 задание	3 задание
2 балла	2 балла	3 балла

[Подсказка 1](#)

[Подсказка 2](#)

## Вопрос 1

Найдите значение выражения  $61a - 11b + 50$ , если  $\frac{2a - 7b + 5}{7a - 2b + 5} = 9$ .

*Принять ответ*

[Решение](#)

[Подсказка 1](#)

[Подсказка 2](#)

## Вопрос 2

Свежие фрукты содержат 84% воды, а высушенные — 16%. Сколько сухих фруктов получится из 231 кг свежих фруктов?

*Принять ответ*

[Решение](#)

[Подсказка 1](#)

[Подсказка 2](#)

## Вопрос 3

Постройте график функции

$$y = \frac{(x^2 + 3x)|x|}{x + 3}.$$

Определите, при каких значениях  $m$  прямая  $y = m$  не имеет с графиком ни одной общей точки.

*Принять ответ*

[Решение](#)



# Результат

Вы ответили на

вопроса

Вы набрали

вопросов

Ваша оценка

баллов

Для вывода результата нажмите кнопку

*Для вывода результата нажмите кнопку*

*Перейти на начало тестирования*

## Вариант 12



[Начать тестирование](#)

### Оценивание:

1 задание	2 задание	3 задание
2 балла	2 балла	3 балла

[Подсказка 1](#)

[Подсказка 2](#)

## Вопрос 1

Найдите значение выражения  $31a - 4b + 55$ , если  $\frac{a - 4b + 7}{4a - b + 7} = 8$ .

*Принять ответ*

[Решение](#)

[Подсказка 1](#)

[Подсказка 2](#)

## Вопрос 2

Игорь и Паша красят забор за 3 часа. Паша и Володя красят этот же забор за 4 часа, а Володя и Игорь — за 6 часов. За сколько минут мальчики покрасят забор, работая втроём?

*Принять ответ*

[Решение](#)

[Подсказка 1](#)

[Подсказка 2](#)

## Вопрос 3

Постройте график функции  $y = \frac{1}{2} \left( \left| \frac{x-3}{3} - \frac{x}{x} \right| + \frac{x}{3} + \frac{3}{x} \right)$  и определите, при каких значениях  $t$  прямая  $y = t$  имеет с графиком ровно одну общую точку.

*Принять ответ*

[Решение](#)

# Результат

Вы ответили на

вопроса

Вы набрали

вопросов

Ваша оценка

баллов

Для вывода результата нажмите кнопку

*Для вывода результата нажмите кнопку*

*Перейти на начало тестирования*

# Решение:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = a \\ xy = b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = a \\ x = \frac{b}{y} \end{cases} \Leftrightarrow \left(\frac{b}{y}\right)^2 + y^2 = a$$

Находим другую переменную:

$$x_1 = \frac{b}{y_1}$$

$$x_2 = \frac{b}{y_2}$$

$$x_3 = \frac{b}{y_3}$$

$$x_4 = \frac{b}{y_4}$$

$$\frac{b^2}{y^2} + y^2 = a \quad | \cdot y^2$$

$$b^2 + y^4 = ay^2$$

$$y^4 + ay^2 + b^2 = 0 \quad \text{биквадратное уравнение}$$

Вводим замену:

$$y^2 = t \Rightarrow t^2 + at + b^2 = 0$$

Находим корни квадратного уравнения  $t_1$  и  $t_2$

Обратная замена:

$$y^2 = t_1 \quad y^2 = t_2$$

$$y_1 = t_1 \quad y_3 = t_2$$

$$y_2 = -t_1 \quad y_4 = -t_2$$

Ответ:

$$(x_1; y_1), (x_2; y_2), (x_3; y_3), (x_4; y_4)$$

Поезд, двигаясь со скоростью  $a$  км/ч, проезжая мимо пешехода, идущего в том же направлении, параллельно путям по платформе со скоростью  $b$  км/ч за  $c$  секунд. Найти длину поезда в метрах.

## Решение:

Скорость поезда относительно пешехода равна  $(a-b)$  км/ч, если пешеход и поезд движутся в одном направлении и  $(a+b)$  км/ч, если пешеход и поезд движутся навстречу друг другу. Известно, что  $1$  м/с равен  $3,6$  км/ч.

Находим длину и переводим в метры: 
$$\frac{(a-b) \cdot c \cdot 1 \text{ м/с}}{3,6 \text{ км/ч}}$$





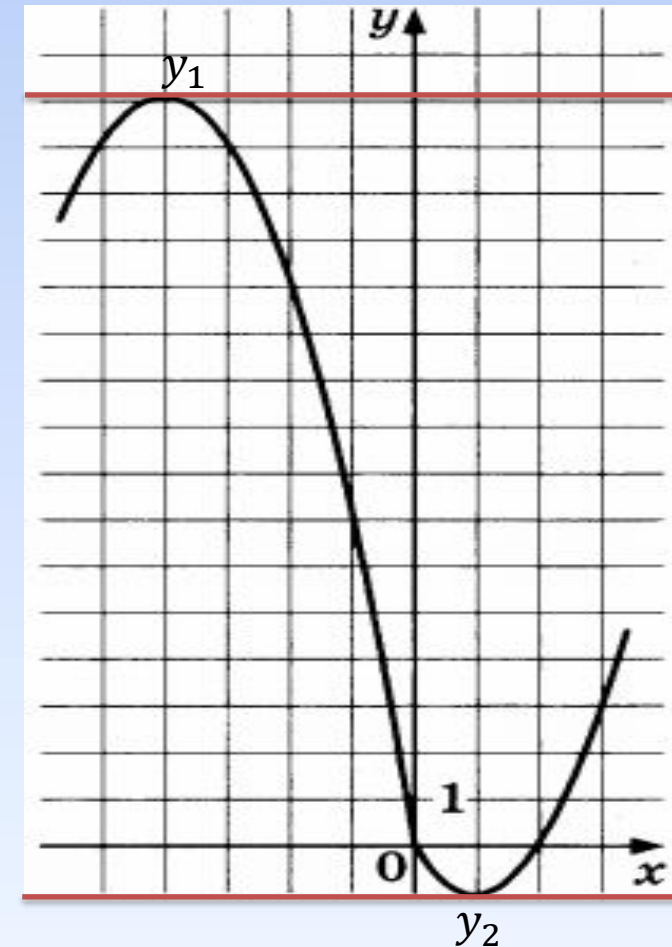
# Решение:

$$y = x|x| + 3|x| - 5x$$

$$|x| = -x \Rightarrow y = -x^2 - ax - bx = -x^2 - (a + b)x$$

$$|x| = x \Rightarrow y = x^2 + ax - bx = -x^2 + (a - b)x$$

Строим графики функций



Очевидно, что прямая  $y = t$  имеет с графиком ровно две общие точки, если проходит через вершину одной из парабол. Следовательно,  $t = y_1, t = y_2$

## Решение:

$$x^2 + bx + \sqrt{a-x} = \sqrt{a-x} + c$$

$$x^2 + bx + \cancel{\sqrt{a-x}} - \cancel{\sqrt{a-x}} - c = 0$$

$$x^2 + bx - c = 0 \quad \text{решаем квадратное уравнение.}$$

$$x_1; x_2$$

*Сравниваем корни уравнения с ОДЗ.  
Записываем ответ.*

*Область допустимых значений.*

$$\sqrt{a-x} \geq 0$$

$$a - x \geq 0$$

$$-x \geq -a$$

$$x \leq a$$

# Решение

$$y = \begin{cases} ax^2 + bx + c, & \text{если } x \geq d \\ kx + b, & \text{если } x < d \end{cases}$$

Строим график функции по схеме:

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad \text{Решаем квадратное уравнение.}$$

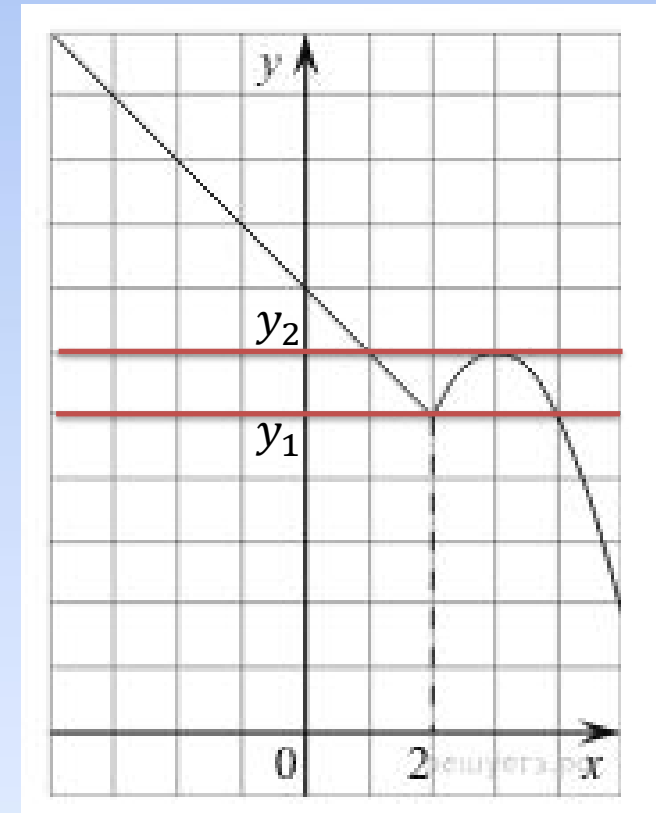
$x_1; x_2$  корни квадратного уравнения – точки пересечения графика с осью  $Ox$ .

Координаты вершины параболы:

$$x_0 = \frac{-b}{2a}; \quad y_0 = ax_0^2 + bx_0 + c$$

Строим график по трём точкам, при  $x \geq d$

Строим график функции  $kx + b$ , при  $x < d$



Прямая  $y = t$  имеет с графиком ровно две общие точки при  $t = y_1$  и  $t = y_2$

# Решение

$$(ax + b)^2 \leq (cx + d)^2$$

$$(ax + b)^2 - (cx + d)^2 \leq 0$$

Представляем через функцию и приравниваем к 0

$$f(x) = (ax + b)^2 - (cx + d)^2$$

$$(ax + b)^2 - (cx + d)^2 = 0 \quad \text{Применим формулу разности квадратов.}$$

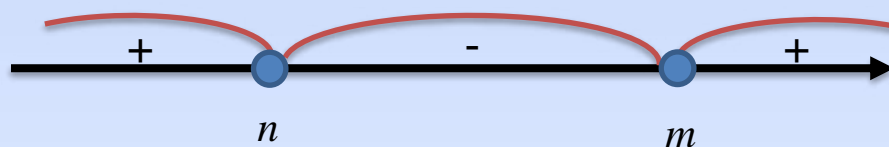
$$(ax + b - cx - d)(ax + b + cx + d) = 0$$

$$(ax + b - cx - d) = 0 \quad \text{или} \quad (ax + b + cx + d) = 0$$

$$x = n$$

$$x = m$$

Метод интервалов:



Определяем знаки интервалов

$$\text{Записываем ответ: } \begin{cases} n < x < m & \text{при } f(x) < 0 \\ (-\infty; n) \cup (m; +\infty) & \text{при } f(x) > 0 \end{cases}$$

Из двух городов навстречу друг другу одновременно отправились два велосипедиста. Проехав некоторую часть пути, первый сделал остановку на  $a$  минут, а затем продолжил движение до встречи со вторым. Расстояние между городами составляет  $S$  километров. Скорость первого велосипедиста  $n$  км/ч, скорость второго велосипедиста  $m$  км/ч. Определить расстояние, которое проехал второй велосипедист до встречи с первым.

## Решение

Составим таблицу по условию задачи:

Пусть  $x$  искомая величина, расстояние, которое необходимо найти.

	Расстояние	Скорость	время
1 велосипедист	$S - x$	$n$	$\frac{S - x}{n}$
2 велосипедист	$x$	$m$	$\frac{x}{m}$

Т.к. первый велосипедист делал остановку на  $a$  минут,  $\Rightarrow$  разница по времени движения велосипедистов составляет  $\frac{a}{60}$ .

Составим уравнение: 
$$\frac{x}{m} - \frac{S - x}{n} = \frac{a}{60} \Leftrightarrow \frac{x - S + x}{mn} = \frac{a}{60} \Leftrightarrow 60(2x - S) = amn$$

Решаем дробно-рациональное уравнение.

Находим  $x$ .

Записываем ответ.



# Решение

$$y = \frac{(ax^2 + bx + c)(kx^2 + nx + m)}{tx^2 + rx + d}$$

Преобразуем выражение: разложение по формуле квадратного трёхчлена  $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$kx^2 + nx + m = 0$$

$$tx^2 + rx + d = 0$$

Находим корни квадратного уравнения  $x_1; x_2$

Находим корни квадратного уравнения  $x_3; x_4$

Находим корни квадратного уравнения  $x_5; x_6$

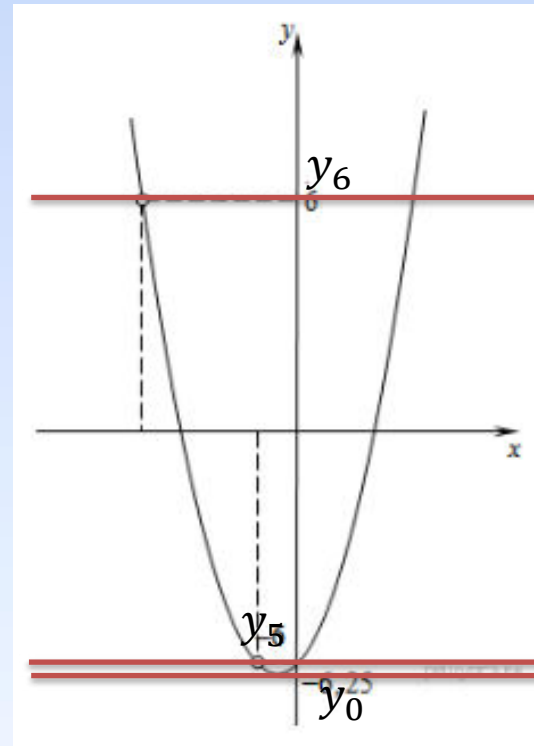
Т.к.  $tx^2 + rx + d$  знаменатель, точки с координатами  $(x_5; y_5)$  и  $(x_6; y_6)$  выколотые.

Находим координаты точек при которых знаменатель функции равен 0  $y_5; y_6$

$$y = \frac{(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)(x - x_4)}{(x - x_5)(x - x_6)}$$

После преобразования получаем квадратное уравнение  $ax^2 + bx + c$

Строим параболу по точкам



Прямые, имеющие с графиком одну общую точку.

# Решение

Первая труба пропускает на  $a$  литров воды в минуту меньше, чем вторая труба.

Сколько литров воды в минуту пропускает вторая труба, если резервуар, объёмом  $S$  литров она заполняет на  $b$  минут быстрее, чем первая труба?

Составим таблицу по условию задачи:

Обозначим производительность второй трубы  $x$ , т.к. необходимо найти, сколько литров воды в минуту пропускает вторая труба:

	Объём (л)	Производительность (л/м)	Время (ч)
1 труба	$S$	$x - a$	$\frac{S}{x - a}$
2 труба	$S$	$x$	$\frac{S}{x}$

Разница по времени заполнения резервуара между первой и второй трубой равна значению  $b \Rightarrow$  при составлении уравнения выполняем вычитание значений времени:

$$\frac{S}{x} - \frac{S}{x - a} = b \Leftrightarrow \frac{S(x - a) - Sx}{x(x - a)} = b$$

**Важно!** При составлении уравнения: из значения большей дроби вычитаем значение меньшей дроби.

Метод пропорции

$$bx(x - a) = S(x - a) - Sx$$

После преобразований получаем квадратное уравнение:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Находим корни уравнения, сравниваем с 0:

$$x_1; x_2$$

В ответе записываем положительное значение корня, т.к. значение времени не может быть отрицательным:

# Решение

Найти значение выражения  $39a - 15b + 25$ , если  $\frac{3a - 6b + 4}{6a - 3b + 4} = 7$

Преобразуем равенство по методу пропорции:  $\frac{3a - 6b + 4}{6a - 3b + 4} = \frac{7}{1} \Rightarrow 3a - 6b + 4 = 7(6a - 3b + 4)$

$$3a - 6b + 4 = 42a - 21b + 28 \Rightarrow 3a - 6b - 42a + 21b = 28 - 4$$

Преобразуем равенство  $3a - 6b - 42a + 21b = 28 - 4 \Rightarrow -39a + 15b = 24 \quad | \cdot (-1) \Rightarrow$

$$\underbrace{39a - 15b}_{=} = \underbrace{-24}_{=}$$

Рассмотрим выражение:  $\underbrace{39a - 15b}_{=} + 25 \Rightarrow -24 + 25 = 1$

Ответ: значение выражения **1**



# Решение

*В свежих фруктах содержится  $x$  % воды, а в высушенных  $y$  %. Сколько сухих фруктов получится из  $S$  кг. свежих фруктов.*

*В свежих фруктах содержится  $(100 - x)\% = x_1\%$  сухого вещества, следовательно, в сухих фруктах содержится  $(100 - y)\% = y_1\%$  сухого вещества*

*Переводим % в десятичную дробь:  $0,01x_1$  количество сухого вещества в свежих фруктах и  $0,01y_1$  количества сухого вещества с сухих фруктах.*

*В  $S$  кг. свежих фруктов содержится  $0,01x_1S$  сухого вещества.*

$$\text{Количество сухих фруктов: } \frac{\text{количество сухого вещества свежих фруктов}}{\text{количество сухого вещества сухих фруктов}} = \frac{0,01x_1S}{0,01y_1}$$



# Решение

$$y = \frac{(x^2 + ax)|x|}{x + a}$$

Преобразуем функцию:  $y = \frac{x(x+a)|x|}{(x+a)} = x|x|$

$$x|x| = \begin{cases} -x^2 & , \text{если } x < 0 \\ x^2 & , \text{если } x > 0 \end{cases}$$

Т.к. функция дробно-рациональная, определяем координаты точки, при которой знаменатель равен 0.

$$x_0 + a = 0$$

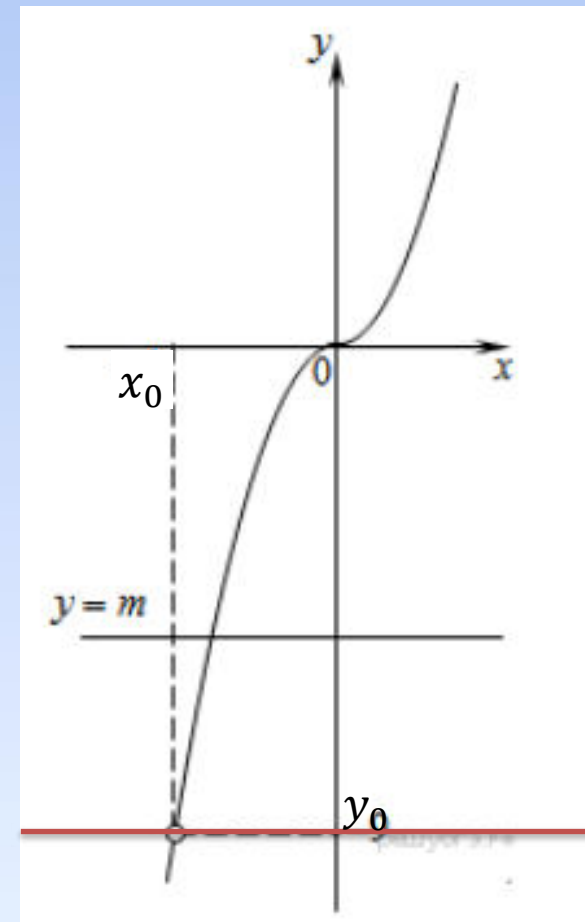
Точка  $A(x_0; y_0)$  является выколотой.

$$x_0 = -a$$

Следовательно, именно в этой точке прямая  $y$  не имеет с графиком функции ни одной общей точки

$$y_0 = x_0 + a$$

Ответ:  $y = y_0 = t$



## Решение:

Паша и Саша красят забор за  $a$  часов, Саша и Аркаша красят забор за  $b$  часов, Паша и Аркаша красят забор за  $d$  часов. За сколько часов мальчики покрасят забор, работая вместе?

Если Паша и Саша красят весь забор за  $a$  часов, то за час они покрасят  $\frac{1}{a}$ . Если Саша и Аркаша красят весь забор за  $b$  часов, то за час они покрасят  $\frac{1}{b}$ . Если Паша и Аркаша красят весь забор за  $d$  часов, то за час они покрасят  $\frac{1}{d}$ .

Тогда, работая вместе, 2 Паши, 2 Саши, 2 Аркаши покрасят за один час:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{d} = \frac{a + b + d}{abd} = \frac{1}{c}$$

Если за один час красят за  $\frac{1}{c}$ , то весь забор покрасят за  $c$  часов.

Так как мальчики учтены дважды, следовательно, работая втроём, Паша, Саша и Аркаша покрасят забор в два раза дольше, т.е. за  $2c$



## Решение:

$$y = \frac{1}{2} \left( \left| \frac{x}{a} - \frac{a}{x} \right| + \frac{x}{a} + \frac{a}{x} \right)$$

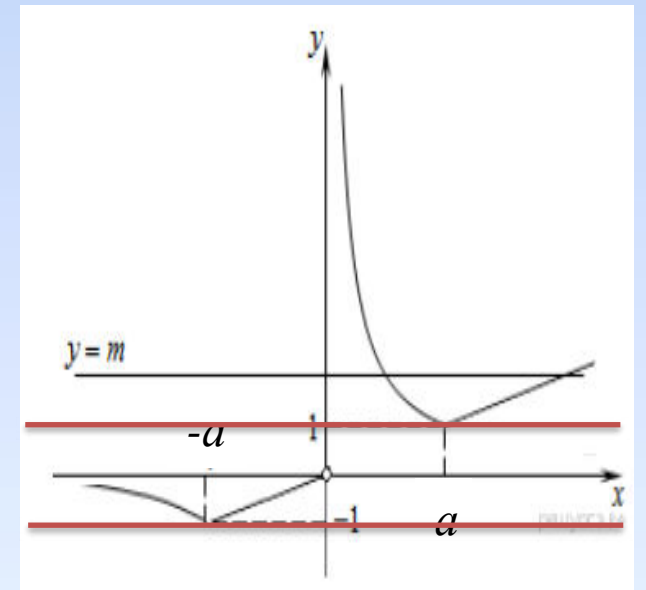
$$y = \frac{1}{2} \left( \left| \frac{x}{a} - \frac{a}{x} \right| + \frac{x}{a} + \frac{a}{x} \right) = \begin{cases} \frac{1}{2} \left( \frac{x}{a} - \frac{a}{x} + \frac{x}{a} + \frac{a}{x} \right), & \text{при } x \leq -a \text{ и } 0 < x < a \\ \frac{1}{2} \left( \frac{a}{x} - \frac{x}{a} + \frac{x}{a} + \frac{a}{x} \right), & \text{при } -a < x < 0 \text{ и } x \geq a \end{cases} \Rightarrow$$

$$y = \begin{cases} \frac{x}{a}, & \text{при } x \leq -a \text{ и } 0 < x < a \\ \frac{a}{x}, & \text{при } -a < x < 0 \text{ и } x \geq a \end{cases}$$

Строим график по таблице.

Из графика видно, что прямая  $y=t$  имеет с графиком ровно одну общую точку при  $t = 1$  и  $t = -1$ .

Ответ: 1, -1.



**СВОЙСТВА КВАДРАТИЧНОЙ ФУНКЦИИ  $y = ax^2 + bx + c$**

• **Область определения:**  $R$

• **Область значений:**

при  $a > 0$   $[-D/(4a); \infty)$

при  $a < 0$   $(-\infty; -D/(4a)]$

• **Четность, нечетность:**

при  $b = 0$  функция четная

при  $b \neq 0$  функция не является ни четной, ни нечетной

• **Нули:**

при  $D > 0$  два нуля:  $x_1 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}$ ,  $x_2 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}$

при  $D = 0$  один нуль:  $x_1 = -b/(2a)$

при  $D < 0$  нулей нет

• **Промежутки знакопостоянства:**

если  $a > 0, D > 0$ , то  $\begin{cases} y > 0 \text{ при } x \in (-\infty; x_1) \cup (x_2; \infty) \\ y < 0 \text{ при } x \in (x_1; x_2) \end{cases}$

если  $a > 0, D = 0$ , то  $y > 0$  при  $x \in (-\infty; x_1) \cup (x_1; \infty)$

если  $a > 0, D < 0$ , то  $y > 0$  при  $x \in R$

если  $a < 0, D > 0$ , то  $\begin{cases} y > 0 \text{ при } x \in (x_1; x_2) \\ y < 0 \text{ при } x \in (-\infty; x_1) \cup (x_2; \infty) \end{cases}$

если  $a < 0, D = 0$ , то  $y < 0$  при  $x \in (-\infty; x_1) \cup (x_1; \infty)$

если  $a < 0, D < 0$ , то  $y < 0$  при  $x \in R$

• **Промежутки монотонности:**

при  $a > 0$   $\begin{cases} \text{функция возрастает при } x \in [-b/(2a); \infty) \\ \text{функция убывает при } x \in (-\infty; -b/(2a)] \end{cases}$

при  $a < 0$   $\begin{cases} \text{функция возрастает при } x \in (-\infty; -b/(2a)] \\ \text{функция убывает при } x \in [-b/(2a); \infty) \end{cases}$

Аналитическая модель	Геометрическая модель	Обозначение	Название
$x > a$		$(a; +\infty)$	ОТКРЫТЫЙ ЛУЧ
$x \geq a$		$[a; +\infty)$	ЛУЧ
$x < b$		$(-\infty; b)$	ОТКРЫТЫЙ ЛУЧ
$x \leq b$		$(-\infty; b]$	ЛУЧ
$a < x < b$		$(a; b)$	ИНТЕРВАЛ
$a \leq x \leq b$		$[a; b]$	ОТРЕЗОК
$a \leq x < b$		$[a; b)$	ПОЛУИНТЕРВАЛ
$a < x \leq b$		$(a; b]$	ПОЛУИНТЕРВАЛ

**ТАБЛИЦА КВАДРАТОВ НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ ОТ 10 ДО 99**

Единицы Десятки	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

**Степени**

$$a^0 = 1$$

$$(ab)^n = a^n b^n$$

$$a^n \cdot a^k = a^{n+k}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

$$\frac{a^n}{a^k} = a^{n-k}$$

$$(a^n)^k = a^{nk}$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

**Корни**

$$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$$

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

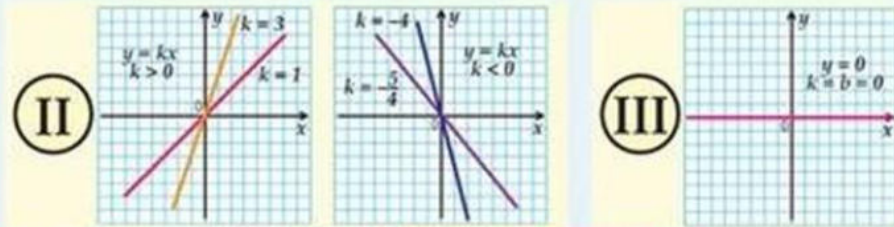
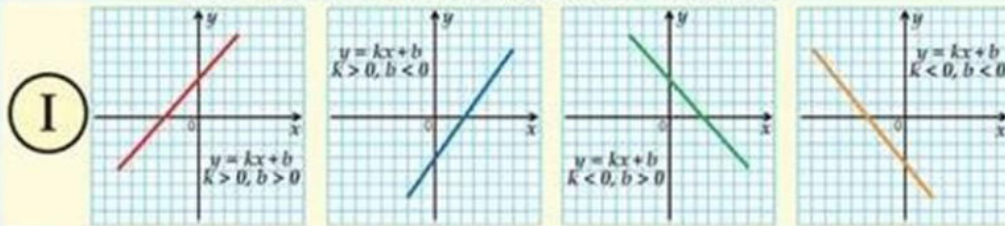
$$\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$$

$$(\sqrt[n]{a})^k = \sqrt[n]{a^k} = a^{\frac{k}{n}}$$

$$\sqrt[k]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[kn]{a}$$

## ЛИНЕЙНАЯ ФУНКЦИЯ

**ЛИНЕЙНАЯ ФУНКЦИЯ** - это функция вида  $y = kx + b$ ,  
 где  $x$  - аргумент, а  $k$  и  $b$  - некоторые числа.  
 График линейной функции - прямая.



$y = kx (k \neq 0)$  - прямая пропорциональность.

## Квадратный трехчлен

квадратное уравнение

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad (a \neq 0)$$

формулы Виета

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{или} \quad x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a},$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

где  $D = b^2 - 4ac$  ( $D$  — дискриминант)

разложение трехчлена на множители

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2),$$

## Сокращенное умножение

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$